

8-9 классы

Комбинаторика

1. На досочке написаны два числа: с левой стороны — 2020, а с правой — 1000. За один ход можно прибавить к числу, написанному слева, некоторое натуральное число, а число, написанное справа, умножить на то же самое число. Можно ли уравнять числа на разных сторонах досочки, сделав не более 1000 ходов?

Решение.

Ответ можно

Прибавляем к 2020 число 3, а 1000 умножаем на 3. Получим 2023 и 3000. Далее, 977 раз прибавляем к левому числу 1, а правое число умножаем на 1.

2. Разложите 25 монет на 5 кучек так, чтобы в них было разное число монет, но никакую из куч нельзя было разбить на две так, чтобы монет во всех 6 кучках оставалось различным.

Решение.

Ответ 1, 3, 5, 7, 9

В кучках должно быть 1, 3, 5, 7, 9. При разложении любой кучки получаем меньшую, с нечетным числом монет, которая уже есть.

3. Сколько существует четырехзначных чисел, которые делятся на 20 и оканчиваются на 20?

Решение.

Ответ 90

На 20 оканчиваются числа вида $\overline{ab} \cdot 100 + 20$. Все они делятся на 20, а \overline{ab} может принимать значения от 10 до 99.

4. Сколькими способами из чисел 1, 2, ..., 2020 можно выбрать два, отличающихся на 7, произведение которых кратно 5? (Пары, отличающиеся порядком чисел, считаются одинаковыми)

Решение.

Ответ 805.

Рассмотрим кратные 5 числа: 10, 15, ..., 2010. Для каждого из них число, отличающееся от него на 7 можно выбрать двумя способами.

Для чисел 5,2015,2020 число, отличающееся от него на 7 можно выбрать одним способом. Значит, способов $401 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 805$.